# Übungsarbeit KA 2 (Steigung und Eigenschaften von Funktionen) 10a
## Teil 1 (ohne Hilfsmittel)

1) Bestimme die erste Ableitung der Funktion f(x).

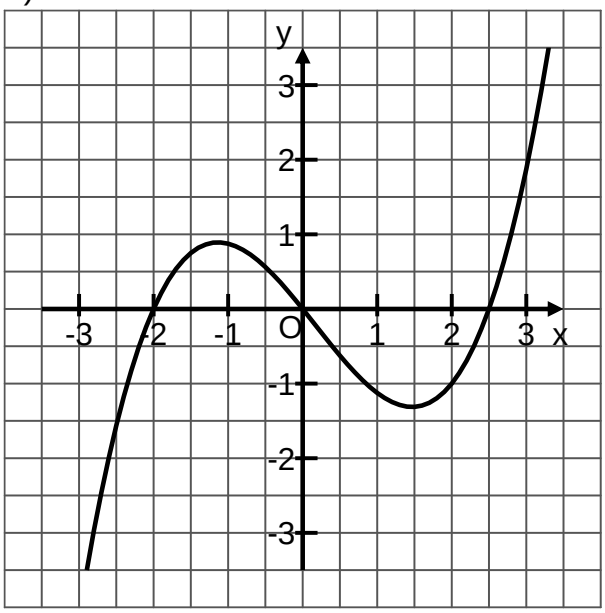
a) $f(x) = 4x^2 - \frac{1}{x^2}$ b) $f(x) = x^3 \cdot (x^2 - 3x)$

2) Gegeben ist die Funktion $f(x) = \frac{1}{18}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 6 = \frac{1}{18}(x+3)\cdot(x-6)^2$.

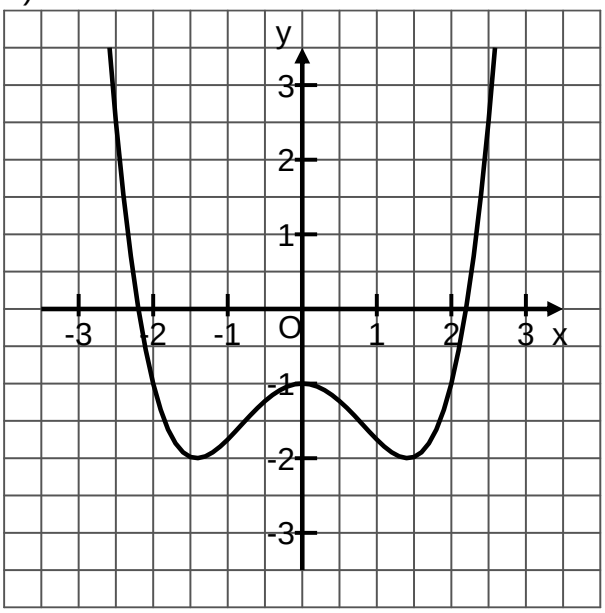
a) Berechne die Nullstellen von f.
b) Berechne die Extrempunkte von f.
c) Berechne die Wendepunkte von f.
d) Zeichne mit Hilfe dieser Punkte das Schaubild von f im Bereich $-5 \le x \le 10$.

3) Dargestellt ist das Schaubild der Funktion f. Skizziere jeweils das Schaubild der Ableitungsfunktion $f'$ in das Koordinatensystem.

a)



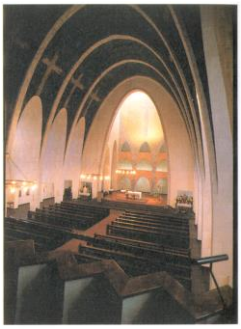

b)



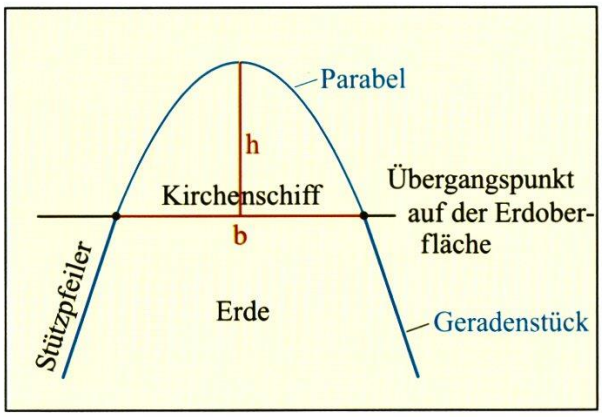

4) Bestimme im Punkt P(2|-1) die Gleichung der Tangenten an das Schaubild von $f(x) = -2x^3 + 6x + 3$.

5) Bestimme a so, dass die Funktion $f(x) = x^2 + ax - 1$ an der Stelle x = 1 die Steigung 2 hat.

# Übungsarbeit KA 2 (Steigung und Eigenschaften von Funktionen) 10a
## Teil 2 (mit WTR)



1) Die Parabelkirche in Gelsenkirchen wurde von dem Architekt Josef Franke in den Jahren 1927 bis 1929 erbaut. Der Querschnitt der Kirche kann durch die Funktion $f(x) = -\frac{3}{5}x^2 + 15$ beschrieben werden (f(x) und x in Metern).
Beim Bau des Kirchenmittelschiffes wurden die in den Boden (y = 0) eingelassenen Stützpfeiler aus Fertigungsgründen als einfache Geradenstücke und nicht mehr als Parabelstücke angefertigt (siehe nebenstehende Abbildung).




a) Bestimme die Höhe h und die Breite b des Kirchenschiffs.

b) Berechne die Steigung eines in den Boden eingelassenen geraden Stützpfeilers.

2) Am 15. Oktober 2010 wurden die Bohrungen der Tunnelröhre des Gotthard-Basistunnels beendet. Für die Nutzung als Eisenbahntunnel sind zunächst weitere Planungen notwendig. Um den Querschnitt der Tunnelröhre darzustellen, verwenden die Architekten die Funktion $f(x) = -0{,}07x^2 + 0{,}7x + 8$ (x und f(x) in Metern).
Der Boden des Tunnels ist bereits befestigt und verläuft entlang der Geraden $y = 0$.

a) Zeichne den Querschnitt des Tunnels in ein Koordinatensystem.
b) Wie breit und wie hoch ist die Tunnelröhre?
c) Die Züge benötigen eine Tunnelhöhe von 6 Metern.
Wie breit ist der Bereich, in dem die Züge fahren können?

3) Der Querschnitt eines Wassergrabens wird dargestellt durch das Schaubild der Funktion $f(x) = -0{,}1x^3 + 0{,}6x^2$ mit $-2 \le x \le 4$. (Einheit 1 m)
Ein Käfer befindet sich im Punkt O(0|0).
Er möchte aus dem (ausgetrockneten) Graben hinauskrabbeln und schafft höchstens einen Anstieg von 1,5.
Kann er aus dem Graben zum rechten Ufer krabbeln?
Tipp: Bestimme die Wendestelle von f(x).
In dieser Wendestelle ist die Steigung maximal.

# Übungsarbeit KA 2 (Steigung und Eigenschaften von Funktionen) 10a

## Teil 1 Lösungen:

1) a) $f(x)=4x^2-x^{-2} \Rightarrow f'(x)=8x+2x^{-3}$ b) $f(x)=x^5-3x^4 \Rightarrow f'(x)=5x^4-12x^3$

2) $f'(x)=\frac{1}{6}x^2-x,\ f''(x)=\frac{1}{3}x-1,\ f'''(x)=\frac{1}{3}$

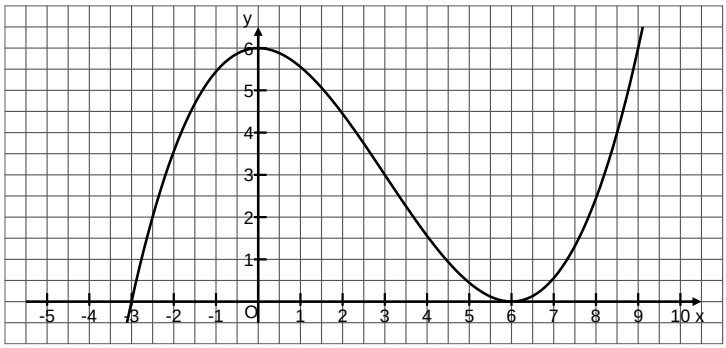
a) Nullstellen: $f(x)=0 \Leftrightarrow \frac{1}{18}(x+3)\cdot(x-6)^2=0 \Rightarrow \boxed{x_1=-3; x_2=6 \text{ (Doppelte NS)}}$

b) Extremstellen: $f'(x)=0 \Leftrightarrow x\cdot\left(\frac{1}{6}x-1\right) \Rightarrow x_1=0; x_2=6$

$f''(0)=-1<0 \Rightarrow \boxed{H(0\,|\,6)}$ [NR: $f(0)=6$] $f''(6)=1>0 \Rightarrow \boxed{T(6\,|\,0)}$ [NR: $f(6)=0$]

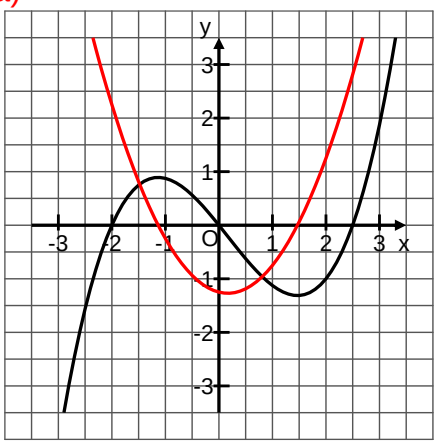
c) Wendepunkte: $f''(x)=0 \Rightarrow x=3$ $f'''(3)=\frac{1}{3}\neq 0 \Rightarrow \boxed{W(3\,|\,3)}$ [NR: $f(3)=3$]

d)

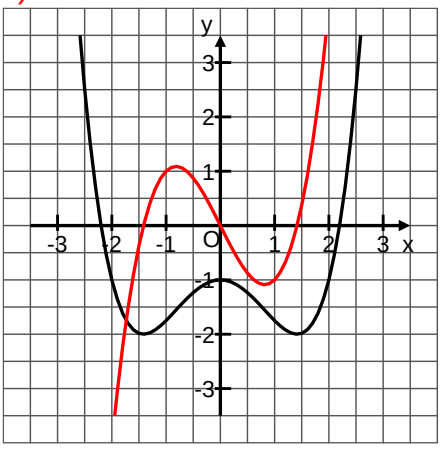



3)

a)




b)




4) $f'(x)=-6x^2+6 \Rightarrow f'(2)=-18=m_t$

$\Rightarrow t: y=-18x+c \Leftrightarrow -1=-18\cdot 2+c \Leftrightarrow c=35$

$\Rightarrow t: y=-18x+35$

5) $f'(x)=2x+a$ Es soll laut Aufgabe gelten: $f'(1)=2$

Also: $2\cdot 1+a=2 \Leftrightarrow \boxed{a=0}$

# Übungsarbeit KA 2 (Steigung und Eigenschaften von Funktionen) 10a

## Teil 2 Lösungen:

1) a) Maximum von f:

$f'(x) = -\frac{6}{5}x$

$f''(x) = -\frac{6}{5}$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{6}{5}x = 0 \Leftrightarrow x = 0 \quad f''(0) = -\frac{6}{5} < 0 \Rightarrow H(0\,|\,15) \quad (y = 15,\ \text{da}\ f(0) = 15)$

$\Rightarrow \boxed{h = 15\text{m}}$

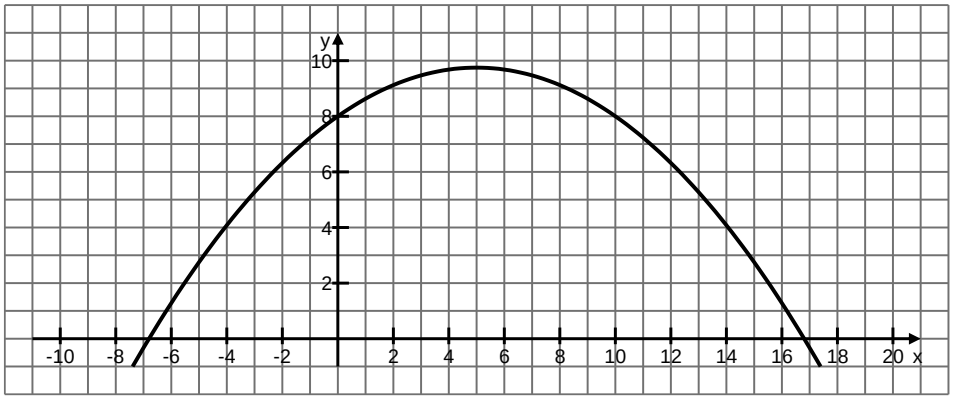
Nullstellen von f:

$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{3}{5}x^2 + 15 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 25 \Leftrightarrow x_{1/2} = \pm 5$

$N_1(-5|0);\ N_2(5|0) \Rightarrow \boxed{b = 10\text{m}}$

b) $f'(x) = -\frac{6}{5}x \quad f'(-5) = \boxed{6 = \text{m}}$ oder $f'(5) = \boxed{-6 = \text{m}}$

2) a)




b) Breite: NS [über Tabelle von WTR]: $N_1(-6{,}80\,|\,0);N_2(16{,}80\,|\,0)$

$\Rightarrow \text{Breite} = 6{,}80 + 16{,}80 = \boxed{23{,}60\text{m}}$

Höhe: H(5|9,75) [über Tabelle von WTR] Höhe = $\boxed{9{,}75\text{m}}$

c) $f(x) = 6$ [über Tabelle von WTR]

$S_1(-2{,}32\,|\,6);S_2(12{,}32\,|\,6) \Rightarrow \text{Breite} = 12{,}32 + 2{,}32 = \boxed{14{,}64\text{m}}$

3) $f(x) = -0{,}1x^3 + 0{,}6x^2 \quad f'(x) = -0{,}3x^2 + 1{,}2x \quad f''(x) = -0{,}6x + 1{,}2 \quad f'''(x) = -0{,}6$

Wendestelle: $f''(x) = 0 \Leftrightarrow -0{,}6x + 1{,}2 = 0 \Leftrightarrow \boxed{x = 2} \quad f'''(2) = -0{,}6 \neq 0$

Steigung der Funktion in der Wendestelle: $f'(2) = -0{,}3 \cdot 2^2 + 1{,}2 \cdot 2 = 1{,}2 \Leftrightarrow \boxed{m = 1{,}2 < 1{,}5}$

Da der Käfer sogar Steigungen bis 1,5 schafft, kann er zum rechten Ufer herauskrabbeln.